



ΕΛΛΗΝΟΓΑΛΛΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΚΑΛΑΜΑΡΙ

ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 4 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2016

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$

Μονάδες 10

Α2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ μέγιστο το $f(x_0)$;

Μονάδες 5

Α3. Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σ) και ποιοι λανθασμένοι (Λ).

α. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα $y'y$.

β. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \ell$

γ. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδία ορισμού A και B αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της

συνάρτησης $\frac{f}{g}$ είναι το $A \cap B$.

δ. Για να αναζητήσουμε το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 , πρέπει το x_0 να ανήκει στο πεδίο ορισμού της f .

ε. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x).$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία γνωρίζουμε ότι είναι γνησίως αύξουσα και ότι υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ στο \mathbb{R} .

B1. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.

Μονάδες 7

B2. Αν $f(1)=0$, να βρείτε όσα από τα παρακάτω όρια υπάρχουν.

α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$

Μονάδες 6

β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|f(x)|}$

Μονάδες 5

γ. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)f(x)}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$.

Γ1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία στο διάστημα $(1, +\infty)$.

Μονάδες 6

Γ2. Αν $\alpha, \beta \in (1, +\infty)$ με $\alpha < \beta$, να αποδείξετε ότι $\alpha^\alpha < \beta^\beta$

Μονάδες 10

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{(x^4 + 2)^{x^4+2}}{(x^2 + 4)^{x^2+4}} = 1$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Δ

Έστω συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε $f^3(x) + f(x) = x$ για κάθε $x > 0$. Να αποδείξετε ότι:

Δ1. $0 < f(x) < x$ για κάθε $x > 0$.

Μονάδες 6

Δ2. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

Μονάδες 4

Δ3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

Μονάδες 6

Δ4. αν υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Μονάδες 9