



ΕΛΛΗΝΟΓΑΛΛΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΚΑΛΑΜΑΡΙ

ΓΡΑΠΤΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 4 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2016

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$.

Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$

Μονάδες 10

A2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ ελάχιστο το $f(x_0)$;

Μονάδες 5

A3. Να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί (Σ) και ποιοι λανθασμένοι (Λ).

α. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα x' .

β. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδία ορισμού A και B αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της

συνάρτησης $\frac{f}{g}$ είναι το $A \cap B$.

γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = \ell$

δ. Για να αναζητήσουμε το όριο μιας συνάρτησης f στο x_0 , πρέπει το x_0 να ανήκει στο πεδίο ορισμού της f .

ε. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν όριο στο x_0 και ισχύει $f(x) \leq g(x)$ κοντά στο x_0 , τότε

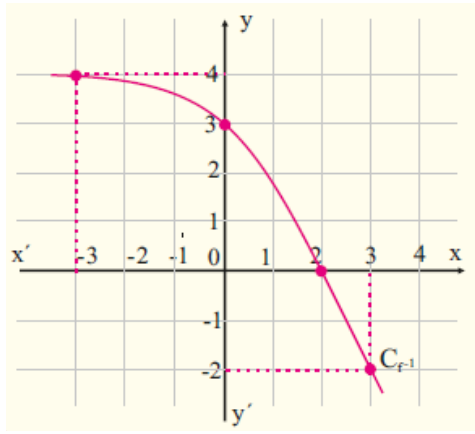
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \geq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με

$f^{-1}(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$



B1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 2f(0) - f^{-1}(0) - 3f^{-1}(2) + f(4)$

Μονάδες 6

B2. Να λύσετε την εξίσωση $f(f^{-1}(|x| - 1) + 3) = 0$

Μονάδες 6

B3. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f^{-1}(0) \cdot \sqrt{x+3} - f(-2)}{x - f^{-1}(3)}$

Μονάδες 6

B4. Να υπολογίσετε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^{-1}(3)x^2 - \alpha x + \beta + f^{-1}(-3)}{x - 2} = -5$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ περιττή, για την οποία ισχύει $f^3(x) + 2f(x) - 3x = 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε τους $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τους οποίους ισχύει $f(\alpha^2 + \beta^2) + f(4\alpha - 6\beta + 13) = 0$

Μονάδες 7

Γ3. Να υπολογίσετε, αν υπάρχει, το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(x)}{f^3(x) + 2f(x)}$

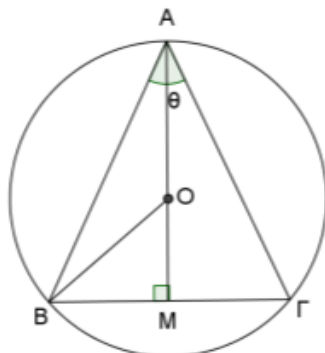
Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε, αν υπάρχει, το $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) \cdot \eta\mu \frac{1}{f^{-1}(x)}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο O και ακτίνα 1 . Έστω θ η γωνία \widehat{BAG} και AM το ύψος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB συναρτήσει της γωνίας θ .

Μονάδες 7

Δ2. Να υπολογίσετε, αν υπάρχει, το όριο:

α. $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{AB - \sqrt{2}}{OM}$

β. $\lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{OM}{BM}$

Μονάδες 6

Δ3. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E(\theta) = \eta\mu\theta \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu\theta)$.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε το $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sigma\upsilon\nu\theta - 1}{E(\theta)}$ όπου $E(\theta)$ το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 6