

## Φυλλάδιο Ασκήσεων

### Ασκήσεις στις Απόλυτες Τιμές (Τάξη Α' Λυκείου)

Στις ασκήσεις (1)-(2), να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ίσες, χωρίς να υπάρχει το σύμβολο της απόλυτης τιμής:

(1) α)  $|\pi - 1|$       β)  $|5 - \pi|$       γ)  $|6 - 2\pi|$       ε)  $|3e - 5|$ , όπου  $e \cong 2,718$ .

(2) α)  $|x^2 + 4|$       β)  $|x^2 + 4x + 4|$       γ)  $|2x - 1 - x^2|$

δ)  $|4x^2 - 4x + 1| + |-2 - x^2|$ .

(3) Αν  $1 \leq x \leq 2$ , να γράψετε χωρίς απόλυτα την παράσταση  $A = |x - 1| + |x - 2|$ .

(4) Αν  $-1 < x < 2$ , να γράψετε χωρίς απόλυτα την παράσταση  $A = |-1 - x| + |x - 4| - |2x - 9|$ .

(5) Αν  $\alpha < 4 \leq \beta$ , να γράψετε χωρίς απόλυτα την παράσταση  $A = |3\alpha - 14| + |16 - 2\beta| + |\alpha - \beta - 3|$ .

(6) Να γράψετε χωρίς απόλυτα τις παραστάσεις:

(i)  $A = |x - 1| + |5 - x|$       ii)  $B = |2x - 8| - |3 - x|$

iii)  $\Gamma = \frac{|x - 4|}{x - 4} + \frac{|3 - x|}{x - 3}$ , όπου  $x \neq 3$  και  $x \neq 4$ .

(7) Να γράψετε χωρίς απόλυτα την παράσταση  $A = ||x| + x| - |x - |x||$ .

(8) Να αποδείξετε ότι για κάθε δύο πραγματικούς αριθμούς  $x, y$  ισχύουν οι παρακάτω ανισότητες:

α)  $x^2 + 9 \geq 6|x|$       β)  $4y^2 \geq 4|y| - 1$       γ)  $x^2 + y^2 \geq -2|xy|$

δ)  $|x| - 2 \geq -\frac{1}{|x|}$ ,  $x \neq 0$ .

(9) Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{x^2 - 16}{|x| - 4}$ .

(α) Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ ;

(β) Να απλοποιήσετε την παράσταση  $A$ .

(10) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $|x - 1| = 4$

β)  $|3x - 2| = 8$

γ)  $|2x - 7| = -6$

δ)  $|2x + 1| = |x - 1|$

ε)  $|3x + 6| = |8 - 3x|$

στ)  $5 \cdot |x - 1| = 2 \cdot |3 - 2x|$ .

(11) Να λύσετε τις ανισώσεις:

α)  $|x - 2| < 1$

β)  $|3x - 1| \leq 5$

γ)  $2 \cdot |2x - 1| \leq 18$

δ)  $|7x + 6| \leq -2$

ε)  $|2x - 3| - 8 < -2$

στ)  $6 > 1 + |5x + 7|$

ζ)  $-2 \cdot |x - 1| \geq -4$ .

(12) Να λύσετε τις ανισώσεις:

α)  $|x - 1| > 3$

β)  $|2x - 3| \geq 5$

γ)  $|5x - 7| \geq 18$

δ)  $6 \leq |2x - 1|$

ε)  $|3x - 8| > -7$

στ)  $5 \leq |2x + 1| - 2$

ζ)  $-5 \cdot |3x + 1| \leq -10$ .

(13) Να λύσετε τις ανισώσεις:

α)  $1 \leq |x - 1| \leq 3$

β)  $2 \leq |3x + 2| < 4$

γ)  $2 \leq |5 - 2x| \leq 7$

δ)  $1 \leq \frac{|x - 3|}{2} \leq 6$ .

(14) Να λύσετε τις ανισώσεις: α)  $|x - 2| < |x + 3|$

β)  $|2x - 6| \geq |4 - 2x|$ .

(15) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις:

α)  $|x - y + 1| + |x - 2| = 0$

β)  $|2x - y - 3| + |x + y - 1| = 0$

γ)  $|3x - y - 8| + |y^3 - 2x^2 + 6| \geq 0$

δ)  $|x^2 - 6x + 47| < -|x - 8|$

ε)  $|x - y + 2| + |x - 1| > 0$ .

**(16)** Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις:

$$\alpha) |2x - y + 3| + |x + y + 8| \leq 0 \quad \beta) |x - 2| + |3x + 9| = 0$$

$$\gamma) |x - 2|^3 = -|x + y - 2|^8 \quad \delta) 3 \cdot |x - 1| + 2 \cdot |y - 7| = 0.$$

**(17)** Αν  $|\alpha| = 2$ ,  $|\beta| = 3$  και  $|\gamma| = 1$ , να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) |\alpha + \beta| \leq 5 \quad \beta) |\alpha + \beta + \gamma| \leq 6 \quad \gamma) |2\alpha + \beta + \gamma| \leq 8$$

$$\delta) |\alpha - \beta + 2\gamma| \leq 7 \quad \epsilon) |3\alpha - \beta - 5\gamma| \leq 14.$$

**(18)** Αν  $-1 \leq x \leq 1$  και  $-2 \leq y \leq 2$ , να αποδείξετε ότι  $|x + 2y + 1| \leq 6$ .

**(19)** Αν  $|x - 1| \leq 4$  και  $|y - 2| \leq 3$ , να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) |x + y - 3| \leq 7 \quad \beta) |2x + y - 4| \leq 11 \quad \gamma) |x - y + 7| \leq 13$$

$$\delta) |2x - 3y - 4| \leq 25.$$

**(20)** Να δείξετε ότι για κάθε  $x, y \in \mathbf{R}$  ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\alpha) |x - y| \leq |x| + |y|.$$

Πότε ισχύει η παραπάνω σχέση ως ισότητα;

$$\beta) |x + y| \geq ||x| - |y||.$$

Πότε ισχύει η παραπάνω σχέση ως ισότητα;

$$\gamma) ||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|.$$

$$\delta) ||x| - |y|| \leq |x - y| \leq |x| + |y|.$$