ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2017

ΘΕΜΑ Α

A_1 **7**	Έστω $F(x) = f(x) + g(x)$ $F(x+h) - F(x) = [f(x+h) + g(x+h)] - [f(x) + g(x)]$ $= f(x+h) - f(x) + g(x+h) - g(x)$	**2**
	Για $h \neq 0$	**1**
	$\dfrac{F(x+h)-F(x)}{h} = \dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} + \dfrac{g(x+h)-g(x)}{h}$	**1**
	οπότε $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{F(x+h)-F(x)}{h} = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} + \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{g(x+h)-g(x)}{h}$	**2**
	Άρα $[f(x)+ g(x)]' = f'(x)+ g'(x)$	**1**

A_2 **4**	Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_0.	**4**

A_3 **4**	Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.	**4**

A_4 **10**	α) **Σ**	β) **Λ**	γ) **Λ**	δ) **Σ**	ε) **Λ**	**2 Χ 5**

ΘΕΜΑ Β

Β$_1$

18

α/α	x_i	ν_i	$x_i \cdot \nu_i$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 \cdot \nu_i$
1	1	2	2	9	18
2	3	3	9	1	3
3	5	4	20	1	4
4	9	1	9	25	25
	Σύνολο	10	40	-	50

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \nu_i}{\nu}$$ *3*

α) $$= \frac{1\cdot 2+3\cdot 3+5\cdot 4+9\cdot 1}{10}$$ *2*

$$= \frac{40}{10} = 4$$ *1*

β) Τοποθετούμε σε αύξουσα σειρά 1 , 1 , 3 , 3 , 3 , 5 , 5 , 5 , 5 , 9 *3*

Το πλήθος τους είναι άρτιος αριθμός, άρα δ $= \frac{t_5+t_6}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$ *2*

$$s^2 = \frac{1}{\nu}\sum (x_i - \bar{x})^2 \nu_i =$$ *3*

γ) $$= \frac{(4-1)^2\cdot 2+(4-3)^2\cdot 3+(4-5)^2\cdot 4+(4-9)^2\cdot 1}{10}$$ *2*

$$= \frac{18+3+4+25}{10} = \frac{50}{10} = 5$$ *2*

Β$_2$

7

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$ **3**

$$= \frac{\sqrt{5}}{4}$$ **1**

$> \frac{1}{10}$ ($\frac{\sqrt{5}}{4} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{5}{16} > \frac{1}{100} \Leftrightarrow 500 > 16$ ισχύει) **1**

Άρα το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων **δεν** είναι ομοιογενές. **2**

ΘΕΜΑ Γ

<table>
<tr><td rowspan="5">$Γ_1$

6</td><td>$f'(x) = 2x-1$</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td><table>
<tr><td>x</td><td colspan="2">$-\infty$ $\frac{1}{2}$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">-   0   +</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\searrow$</td><td>$\nearrow$</td></tr>
</table></td><td>**2**</td></tr>
<tr><td>Η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0 = \frac{1}{2}$</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>και είναι ίσο με $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1 = \cdots = \frac{3}{4}$, δηλαδή $A(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$.</td><td>**1**</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="6">$Γ_2$

7</td><td>$f(2)=2^2-2+1=3$, **(1)** $α= f'(2)=2 \cdot 2-1=3$ **(2)**</td><td>**3**</td></tr>
<tr><td>(ε): $y= α \cdot x+β$, **(1)**   οπότε $y= 3 \cdot x+β$

και $A(2,3) \in (ε)$ οπότε ισχύει $3=6+β \Leftrightarrow β= -3$ **(2)**</td><td>**3**</td></tr>
<tr><td>άρα η ζητούμενη εξίσωση είναι (ε): $y = 3 \cdot x-3$</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>**<u>β' τρόπος για την εξίσωση</u>**

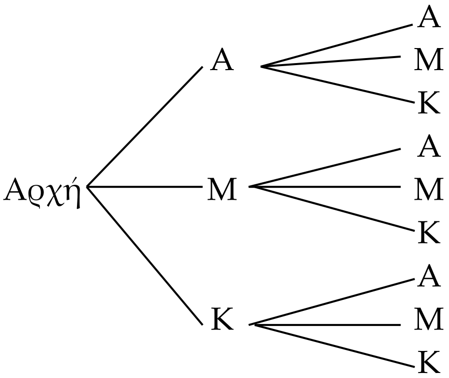
$y- f(2) = f'(2)(x-2)$</td><td>**2**</td></tr>
<tr><td>$y- 3 = 3(x-2)$</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>$y= 3x-3$</td><td>**1**</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">$Γ_3$

4</td><td>Για $y = 0$: $x = 1$.   Η (ε) τέμνει τον x'x στο σημείο $B(1,0)$</td><td>**2**</td></tr>
<tr><td>Για $x = 0$: $y = -3$.   Η (ε) τέμνει τον y'y στο σημείο $Γ(0,-3)$</td><td>**2**</td></tr>
</table>

Γ_4	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=$	**1**
	$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(\sqrt{x^2-x+1}-1)\cdot(\sqrt{x^2-x+1}+1)}{(x-1)\cdot(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=$	**2**
8	$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x+1-1}{(x-1)\cdot(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x}{(x-1)\cdot(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=$	**2**
	$=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x(x-1)}{(x-1)\cdot(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x}{(\sqrt{x^2-x+1}+1)}=$	**2**
	$=\dfrac{1}{\sqrt{1^2-1+1}+1}=\dfrac{1}{2}.$	**1**

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ_1 **5**	<u>1η κλήρωση</u> <u>2η κλήρωση</u> <u>Αποτελέσματα</u>  AA AM AK MA MM MK KA KM KK	**3**
	Ω = {AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK}	**2**

Δ_2	A = {AM, MM, KM}	**3**
6	B = {AM, AK, MA, MK, KA, KM}	**3**

	α) $\bullet P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	**1**
	άρα $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	**1**
Δ$_3$	**β' τρόπος** A'= {AA, AK, MA, MK, KA, KK}, άρα $P(A') = \frac{N(A')}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	
	$\bullet A \cap B = \{AM, KM\}$	**1**
14	$P(A\cap B) = \frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$	**1**
	$\bullet$ $P(A-B) = P(A) - P(A\cap B) = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$	**2**
	β' τρόπος A-B={MM} με $P(A-B) = \frac{N(A-B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$	
	$\bullet$ $P(B-A) = P(B) - P(A\cap B) = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$	**2**
	β' τρόπος B-A={AK, MA, MK, KA} με $P(B-A) = \frac{N(B-A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{9}$	
	β) $A\cup B = \{AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM\}$	**1**
	$(A\cup B)' = \{AA, KK\}$	**1**
	Αφού το Γ∈Ω και είναι ασυμβίβαστο με τα Α και Β, άρα και με το A∪B, τότε $\Gamma \subseteq (A\cup B)'$, άρα $\Gamma \subseteq \{AA, KK\}$, δηλαδή Γ={ }, Γ={AA}, Γ={KK}, Γ={AA, KK}	**1**
	οπότε $P(\Gamma) \le P((A\cup B)') \Leftrightarrow P(\Gamma) \le \frac{2}{9}$	**2**
	Η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει το P(Γ) είναι $\frac{2}{9}$ και ισχύει όταν $\Gamma = (A\cup B)' = \{AA, KK\}$	**1**